

ใบกิจกรรมที่ 1

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง $C(0, 0)$ และรัศมียาว 3 หน่วย

วิธีคิด

- จากโจทย์ต้องการหาความสัมพันธ์ของกราฟที่เป็นวงกลม และโจทย์กำหนดจุดศูนย์กลาง $(0, 0)$ และรัศมียาว 3 หน่วย
- จากวงกลมมีความสัมพันธ์เป็น $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = r^2\}$ ดังนั้นต้องการทราบสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และรัศมียาว r คือ $x^2 + y^2 = r^2$ เมื่อเราทราบความยาวของรัศมีแล้วนำไปแทนที่ในสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลม

วิธีทำ จุดศูนย์กลาง $C(0, 0)$ รัศมียาว 3 หน่วย และจากสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลมคือ $x^2 + y^2 = r^2$

จากโจทย์ $r = 3$

แทนค่าในสมการจะได้

$$x^2 + y^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

ดังนั้นวงกลมจะมีความสัมพันธ์เป็น $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 = 9\}$

ตอบ

หลังจากศึกษาตัวอย่างแล้ว ให้นักศึกษาทำกิจกรรมต่อไปนี้

จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง $(0, 0)$ และรัศมียาว $\sqrt{8}$ หน่วย

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 2

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จากสมการ $x^2 + y^2 = 100$ จงหาศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม

วิธีคิด

1. จากโจทย์กำหนดสมการวงกลม $x^2 + y^2 = 100$ ต้องการหาจุดศูนย์กลางและ
ความยาวรัศมีของวงกลม
2. จากสมการที่โจทย์กำหนดให้ นั้น ให้นำไปเทียบกับสมการรูปมาตรฐานของวงกลม
ที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และรัศมียาว r คือ $x^2 + y^2 = r^2$

วิธีทำ สมการ $x^2 + y^2 = 100$

จากสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0, 0)$ และรัศมียาว r คือ

$$x^2 + y^2 = r^2$$

ดังนั้น $r^2 = 100$

$$r = \sqrt{100}$$

$$r = 10$$

ดังนั้น สมการนี้มีจุดศูนย์กลาง C (0, 0) และรัศมียาว 10 หน่วย ตอบ

หลังจากศึกษาตัวอย่างแล้ว ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลม

$$1. x^2 + y^2 = 14$$

[illegible]

$$2. 3x^2 + 3y^2 = 27$$

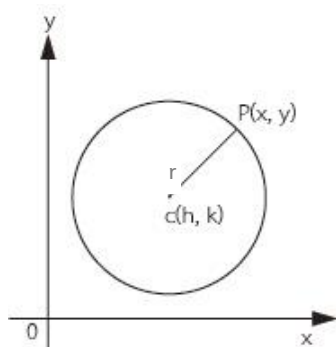
This image shows a single sheet of white paper with ten horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ใบกิจกรรมที่ 3

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ที่ 2 อีกครั้งว่า การได้มาซึ่งสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ $(0,0)$ และรัศมียาว r นั้นมาได้อย่างไร จากนั้นทำโจทย์ต่อไปนี้โดยไม่ต้องทำให้อยู่ในรูปของกำลังสองสมบูรณ์

จากรูป จงหาระยะทางระหว่างจุด PC



จากโจทย์ข้างต้นให้สรุปข้อต่อไปนี้

1. สมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r คือ

2. ความสัมพันธ์ของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r คือ

ใบกิจกรรมที่ 4

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลาง $C(2, 0)$ และรัศมียาว

$\frac{1}{2}$ หน่วย

วิธีคิด

1. โจทย์กำหนดจุดศูนย์กลาง และรัศมี ต้องการหาความสัมพันธ์ของกราฟที่เป็นวงกลม
2. วงกลมมีความสัมพันธ์เป็น $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2\}$ ดังนั้นต้องทราบสมการรูปแบบมาตรฐานของวงกลมก่อน จากสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ และโจทย์กำหนดจุดศูนย์กลาง $(2, 0)$ และรัศมียาว $\frac{1}{2}$ หน่วย เมื่อเราทราบความยาวของรัศมีแล้ว นำไปแทนที่ในสมการรูปมาตรฐานของวงกลม

วิธีทำ จุดศูนย์กลาง $C(2, 0)$ รัศมียาว $\frac{1}{2}$ หน่วย

ดังนั้น $h = 2$, $k = 0$, $r = \frac{1}{2}$ และ

จากสมการรูปมาตรฐานของวงกลม คือ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

แทนค่าในสมการจะได้

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(x - 2)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

ดังนั้น วงกลมจะมีความสัมพันธ์เป็น $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x - 2)^2 + y^2 = \frac{1}{4}\}$

ตอบ



ศึกษาตัวอย่างเรียบร้อยแล้ว
ไปลองทำกิจกรรมกันจ้า

ใบกิจกรรมที่ 4 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลม เมื่อกำหนดจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมี ดังนี้

1. จุดศูนย์กลาง (2, 1) รัศมียาว 0.5 หน่วย

[illegible]

3. จุดศูนย์กลาง $(1, -2)$ รัศมียาว 4 หน่วย

This image shows a single sheet of white paper with ten evenly spaced horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are light gray and extend across the full width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

2. จุดศูนย์กลาง $(-3, -1)$ รัศมียาว $\frac{2}{3}$ หน่วย

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

4. จุดศูนย์กลาง $(-3,4)$ รัศมียาว $\sqrt{3}$ หน่วย

[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 5

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีของวงกลมที่เป็นกราฟของความสัมพันธ์

$$\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x+3)^2 + (y-1)^2 = 11\}$$

วิธีคิด

1. จากโจทย์กำหนดความสัมพันธ์ของกราฟที่เป็นวงกลม ต้องการหาจุดศูนย์กลางและรัศมี
2. จากความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดให้ นั้น ต้องหาออกมาเป็นสมการวงกลมก่อน จากนั้น ให้นำไปเทียบสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และ รัศมียาว r คือ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

วิธีทำ ความสัมพันธ์ $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x+3)^2 + (y-1)^2 = 11\}$

และเมื่อเทียบกับสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r

คือ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$$\text{ดังนั้น } r^2 = 11$$

$$r = \sqrt{11}$$

$$h = -3$$

$$\text{และ } k = 1$$

ดังนั้น สมการนี้มีจุดศูนย์กลาง $C(-3, 1)$ และรัศมียาว $\sqrt{11}$ หน่วย **ตอบ**



จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวของรัศมีของวงกลมที่เป็นกราฟของสัมพันธต่อไปนี้

$$1. \left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 5)^2 = 10 \right\}$$

2. $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid (x + \sqrt{3})^2 + (y - 1)^2 = 9 \right\}$

ใบกิจกรรมที่ 6

ภาคตัดกรวย วงกลม

จากสมการรูปมาตรฐานของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ (h, k) และรัศมียาว r คือ

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

จงใช้ความรู้ทางพีชคณิต กระจายสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปสมการทั่วไป (สมการที่มีข้างหนึ่งเป็น 0)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ถ้ากำหนดให้ $A = -2h$, $B = -2k$ และ $C = h^2 + k^2 - r^2$ สมการที่หาได้ข้างต้นจะเป็นเช่นไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ซึ่งเรียกสมการนี้ว่า สมการรูปทั่วไปวงกลม

ใบกิจกรรมที่ 6 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

จากสมการทั่วไปของวงกลม จงหาจุดศูนย์กลาง (h, k) และความยาวรัศมี (r)

สมการทั่วไป คือ

โจทย์ต้องการหา 1. 2. 3.

โจทย์กำหนด $A = -2h$, $B = -2k$ และ $C = h^2 + k^2 - r^2$

[illegible]

ดังนั้นจุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k) คือ

และความยาวรัศมี (r) คือ

ใบกิจกรรมที่ 7

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างต่อไปนี้

จากวงกลมที่มีสมการเป็น $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$

วิธีคิด

1. โจทย์กำหนดสมการรูปทั่วไปของวงกลมมาให้ ต้องการหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมี
2. จากโจทย์นี้สามารถทำได้ 2 วิธี คือใช้สูตรหรือทำสมการให้อยู่ในสมการรูปมาตรฐาน $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

วิธีทำที่ 1 โจทย์ต้องการหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมีจากสมการรูปทั่วไปของวงกลมคือ $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ และจากสมการที่โจทย์ให้มา จะได้ว่า $A = -8$, $B = 4$ และ $C = 4$

หาจุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k)

$$\begin{aligned} \text{จากจุดศูนย์กลางของวงกลม (h, k)} &= \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2} \right) \\ &= \left(-\left(-\frac{8}{2} \right), -\frac{4}{2} \right) \\ &= (4, -2) \end{aligned}$$

ดังนั้น จุดศูนย์กลางของวงกลม คือ

(4, -2) ①

หาความยาวรัศมีของวงกลม (r)

จากความยาวรัศมีของวงกลม (r)

$$\begin{aligned} \text{จากความยาวรัศมีของวงกลม (r)} &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 - 4C} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(-8)^2 + (4)^2 - 4(4)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{64 + 16 - 16} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{64} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \\ &= 4 \end{aligned}$$

ดังนั้น ความยาวรัศมีของวงกลม (r) คือ 4 หน่วย ②

เพราะฉะนั้นวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางที่ (4, -2) และ รัศมียาว 4 หน่วย

ตอบ

ใบกิจกรรมที่ 7 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

วิธีที่ 2 จาก $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$

จะได้ $x^2 - 8x + y^2 + 4y = -4$

$$(x^2 - 2(4)x + (4)^2) + (y^2 + 2(2)y + (2)^2) = -4 + 16 + 4$$

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 4^2$$

เทียบกับสมการรูปมาตรฐาน $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

จะได้ $h = 4$, $k = -2$ และ $r = 4$

ดังนั้นวงกลมนี้มีจุดศูนย์กลางที่ $(4, -2)$ และรัศมียาว 4 หน่วย

ตอบ

หลังจากศึกษาตัวอย่างแล้ว ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

จากสมการที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงหาจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมี

$$1. x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$$

[illegible]

$$2. x^2 + y^2 - 10x = 0$$

[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 7 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

$$3. x^2 + y^2 + 6y - 4 = 0$$

[illegible]

4. $3x^2 + 3y^2 + 18x - 6y - 24 = 0$

[illegible]

$$5. x^2 + y^2 + 8x + 6y + 25 = 0$$

[illegible]

$$6. x^2 + y^2 + 8x + 25 = 0$$

[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 8

ภาคตัดกรวย วงกลม

ให้นักเรียนศึกษาตัวอย่าง 2 ข้อต่อไปนี้

จากหาสมการรูปทั่วไปของวงกลมที่สัมผัสแกน X ที่ (3, 0) และสัมผัสแกน y ที่ (0, -3)

วิธีคิด

1. โจทย์กำหนดกราฟสัมผัสแกน X ที่ (3, 0) และสัมผัสแกน Y ที่ (0, -3) โจทย์ต้องการหาสมการรูปทั่วไปของวงกลม
2. ต้องหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมให้ได้ก่อน วิธีหนึ่งที่จะทำให้ทราบก็คือการวาดรูปออกมา เพื่อให้เห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จากนั้น เมื่อวาดภาพออกมาแล้วจะเห็นจุดศูนย์กลางและความยาวรัศมี จากนั้นนำมาแทนลงในสมการรูปมาตรฐานก่อนและกระจายพจน์จนออกมาเป็นสมการรูปทั่วไป

วิธีทำ เมื่อวาดกราฟวงกลมจากที่โจทย์กำหนดให้จะได้ออกมาดังรูป

จากรูปจะได้ C (3, -3) และ $r = 3$

ดังนั้น สมการวงกลม คือ

$$(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 = 9$$

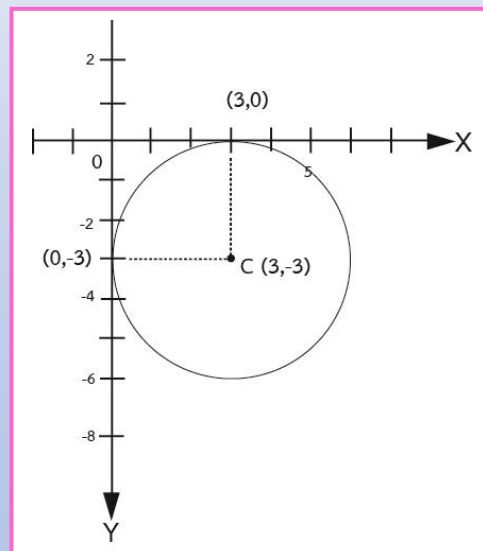
$$x^2 + y^2 - 6x + 6y + 9 = 0$$

ดังนั้น สมการวงกลมที่สัมผัสแกน X

ที่ (3, 0) และสัมผัสแกน y ที่ (0, -3)

$$\text{คือ } x^2 + y^2 - 6x + 6y + 9 = 0$$

ตอบ



ใบกิจกรรมที่ 8 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

จากหาสมการรูปทั่วไปของวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่ $(-3, 2)$ และสัมผัสเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น

$$21x + 20y + 197 = 0$$

วิธีคิด

1. โจทย์กำหนดจุดศูนย์กลางที่ $(-3, 2)$. และสัมผัสเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น $21x + 20y + 197 = 0$
2. ต้องหาจุดศูนย์กลางและรัศมีของวงกลมให้ได้ก่อน วิธีหนึ่งที่จะทำให้ทราบก็คือการวาดรูปออกมาคร่าวๆ ก่อนแล้วนักเรียนจะสามารถหาความยาวรัศมี

วิธีทำ

เมื่อวาดรูปแล้วทำให้

เราทราบสมการเส้นสัมผัสวงกลม

จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลม

ดังนั้นระยะห่างจากจุดศูนย์กลาง

ของวงกลมถึงเส้นสัมผัสวงกลม คือรัศมีนั่นเอง

หาระยะห่างระหว่างจุด $C(-3, 2)$ กับเส้นตรง $21x + 20y + 197 = 0$

$$\text{จาก ระยะห่าง } r = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$A = 21, B = 20, C = 197, x = -3, y = 2$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่าจะได้ } r &= \frac{|(21)(-3) + (20)(2) + 197|}{\sqrt{(21)^2 + (20)^2}} \\ &= \frac{|-63 + 40 + 197|}{\sqrt{841}} \\ &= \frac{174}{29} \\ &= 6 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

ดังนั้น จะได้ $C(-3, 2)$ และ $r = 6$

ดังนั้น สมการวงกลม คือ

$$(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 6^2$$

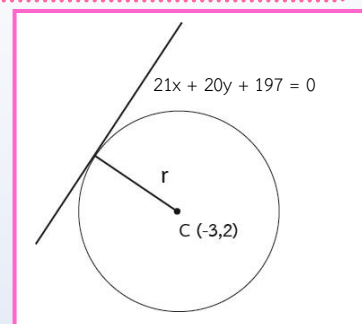
$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 36$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y - 23 = 0$$

ดังนั้น สมการรูปทั่วไปของวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางที่ $(-3, 2)$ และสัมผัสเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น

$$21x + 20y + 197 = 0 \text{ คือ } x^2 + y^2 + 6x - 4y - 23 = 0$$

ตอบ



ใบกิจกรรมที่ 8 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

หลังจากศึกษาตัวอย่างแล้ว ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้

จงหาสมการรูปทั่วไปของวงกลม ซึ่งมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้

1. มีจุด $(5, 3)$ เป็นจุดศูนย์กลาง และวงกลมผ่านจุดกำเนิด

[illegible]

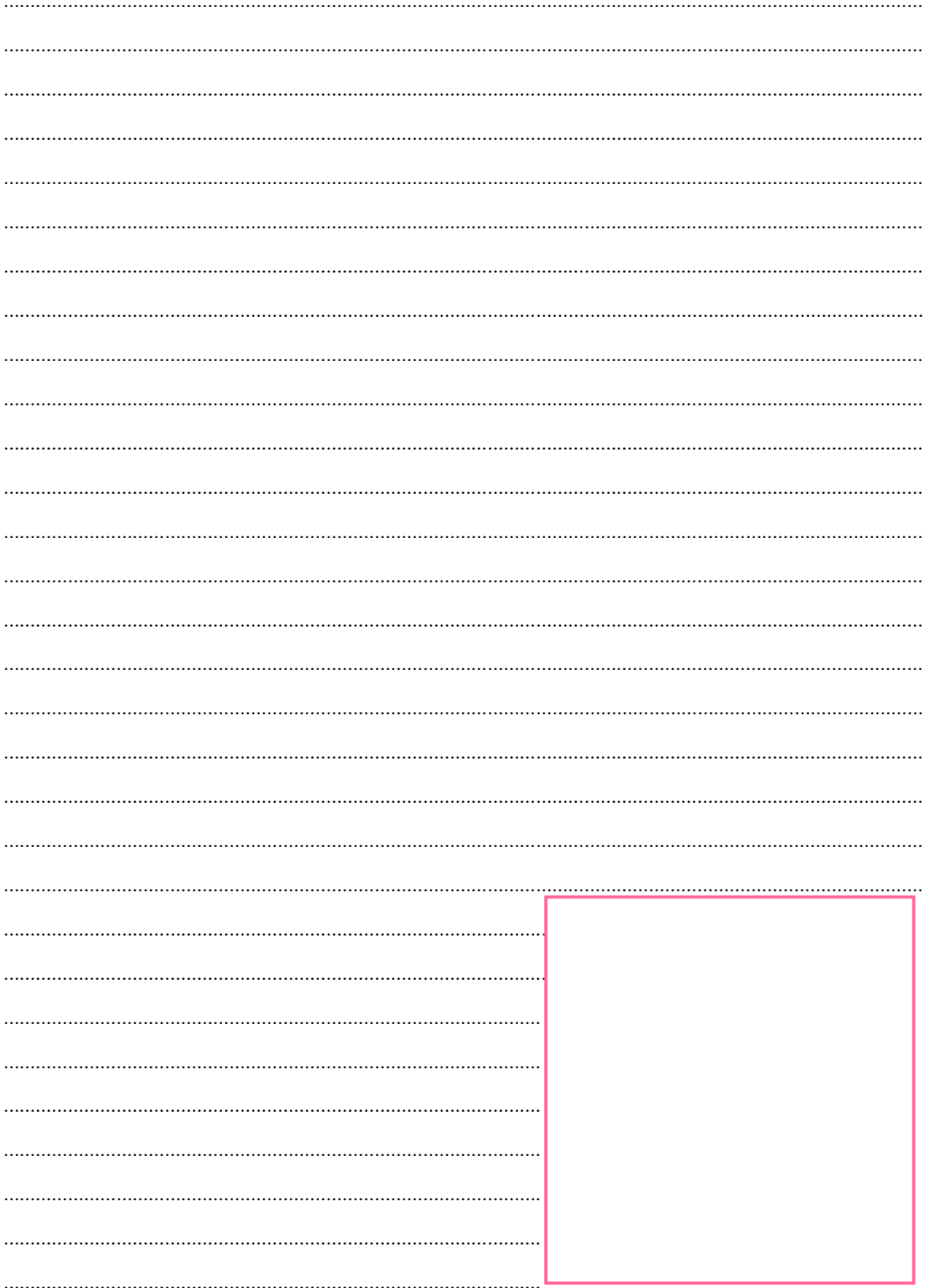
2. มีจุด $(2, 4)$ เป็นจุดศูนย์กลาง และกราฟผ่านจุด $(-4, -4)$

This image shows a blank sheet of white paper designed for writing. It features horizontal ruling lines across its width. On the right side, there is a large, empty rectangular box outlined in black, which typically serves as a space for drawing or additional notes. The left margin is wide, providing ample space for handwriting practice.

ใบกิจกรรมที่ 8 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

3. มีจุด $(2, 6)$ และ $(-4, -2)$ เป็นจุดปลายเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม



ใบกิจกรรมที่ 8 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

4. มีจุดศูนย์กลางที่ $(3, -4)$ และสัมผัสกับแกน X

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. มีจุดศูนย์กลางที่ $(3, -4)$ และสัมผัสกับแกน Y

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

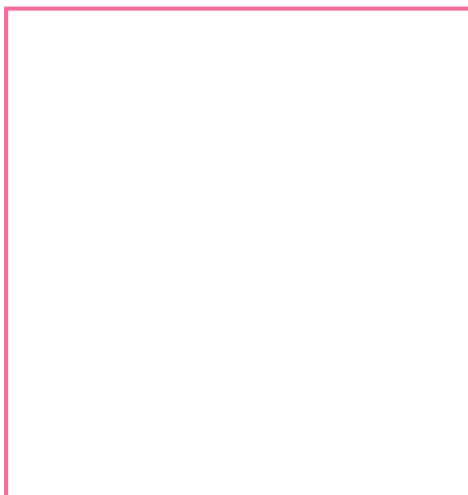
.....

.....

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 8 (ต่อ)

ภาคตัดกรวย วงกลม

6. มีจุดศูนย์กลางที่ $(1, 2)$ และสัมผัสกับเส้นตรง $3x + 4y + 4 = 0$

The page contains a large rectangular area with horizontal dotted lines for writing. At the bottom right of this area, there is a pink rectangular box, likely intended for a student to draw a diagram related to the problem.